

Temari: Global

RESOLUCIÓ

1.-
$$f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$$

a)

AV: Candidat $x = -2$ ja que anul·la el denominador

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x-1}{x+2} = \frac{-7}{0} = \infty \rightarrow \underline{\underline{\text{la recta vertical } x = -2 \text{ és asymptota vertical}}}$$

les seves peculiaritats es demanen en l'apartat b).

AH:

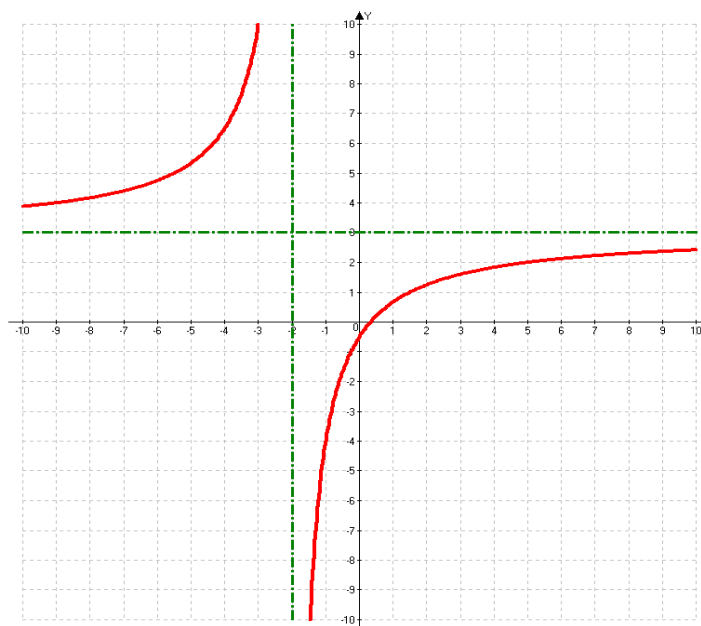
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-1}{x+2} = \frac{\infty}{\infty} \text{ indeterminat, com } grN = grD, \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-1}{x+2} = \frac{3}{1} = 3 \rightarrow$$

la recta horitzontal $y = 3$ és una asymptota horitzontal.

b)

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3x-1}{x+2} = \frac{-7}{0^-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3x-1}{x+2} = \frac{-7}{0^+} = -\infty \end{cases}$$

Ens diuen que en tot el seu domini la funció és creixent, i no té ni màxims ni mínims, presenta la discontinuïtat en $x = -2$ i un zero en $x = \frac{1}{3}$, llavors :



Created with an unregistered version of Advanced Grapher - <http://www.serjik.com/agraper/>

2.- a)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + b & \text{si } x < 0 \\ e^{-x} + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x^2 + 2x + b) = b \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (e^{-x} + 1) = 1 + 1 \end{cases} \Rightarrow b = 2$$

$$f(0) = e^{-0} + 1 = 2 \dots \dots \dots \uparrow$$

• Com cada tram és una funció contínua, no presenta discontinuïtats, tenim un polinomi i una exponencial que no s'anul·la mai.

b)

Pels valors positius, hem de considerar el segon tram:

$$f(x) = e^{-x} + 1 \rightarrow f'(x) = e^{-x} \cdot (-1) = \frac{-1}{e^x} < 0, \forall x \geq 0. \Rightarrow \text{Decreixent.}$$

3.-

$$\left. \begin{array}{l} A + B + C = 225 \\ 50A + B \left(50 - \frac{10}{100} 50 \right) + C \left(50 - \frac{40}{100} 50 \right) = 10500 \\ B + C = \frac{A}{2} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} A + B + C = 225 \\ 50A + 45B + 30C = 10500 \\ 2B + 2C = A \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2B + 2C + C + B = 225 \\ 100B + 100C + 45B + 30C = 10500 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3B + 3C = 225 \\ 145B + 130C = 10500 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} B + C = 75 \\ 29B + 26C = 2100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = 75 - C \rightarrow 29(75 - C) + 26C = 2100 \rightarrow 2175 - 29C + 26C = 2100 \rightarrow$$

$$\rightarrow 75 = 3C \rightarrow C = 25 \rightarrow B = 50 \rightarrow A = 150 \bullet$$

4.-

$$C(q) = \frac{q^3}{100} + 4q + 20, \text{ costos si produïxo } q \text{ cadires.}$$

$$Q(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{\frac{q^3}{100} + 4q + 20}{q} = \frac{q^3 + 400q + 2000}{100q}, \text{ cost mitjà de cada cadira, si en produïxo } q$$

a)

$$Q(5) = \frac{C(5)}{5} = \frac{5^3 + 400 \cdot 5 + 2000}{100 \cdot 5} = \frac{4125}{500} = 8,25 \bullet$$

$$Q(100) = \frac{C(100)}{100} = \frac{100^3 + 400 \cdot 100 + 2000}{100 \cdot 100} = \frac{1000000 + 40000 + 2000}{10000} = 104,2 \bullet$$

b)

$$Q(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{\frac{q^3}{100} + 4q + 20}{q} = \frac{q^2}{100} + 4 + \frac{20}{q} \rightarrow Q'(q) = \frac{2q}{100} + 0 + \frac{-20}{q^2}$$

$$Q'(q) = 0 \rightarrow \frac{2q}{100} + 0 + \frac{-20}{q^2} = 0 \rightarrow \frac{2q}{100} = \frac{20}{q^2} \rightarrow q^3 = 1000 \rightarrow \underline{q=10} \bullet$$

$$Q(10) = \frac{C(10)}{10q} = \frac{10^2}{100} + 4 + \frac{20}{10} = \underline{7} \bullet$$

$$Q''(q) = \frac{2}{100} + \frac{40}{q^3} \rightarrow Q''(10) > 0 \rightarrow \underline{\text{mínim}} \bullet$$

5.-

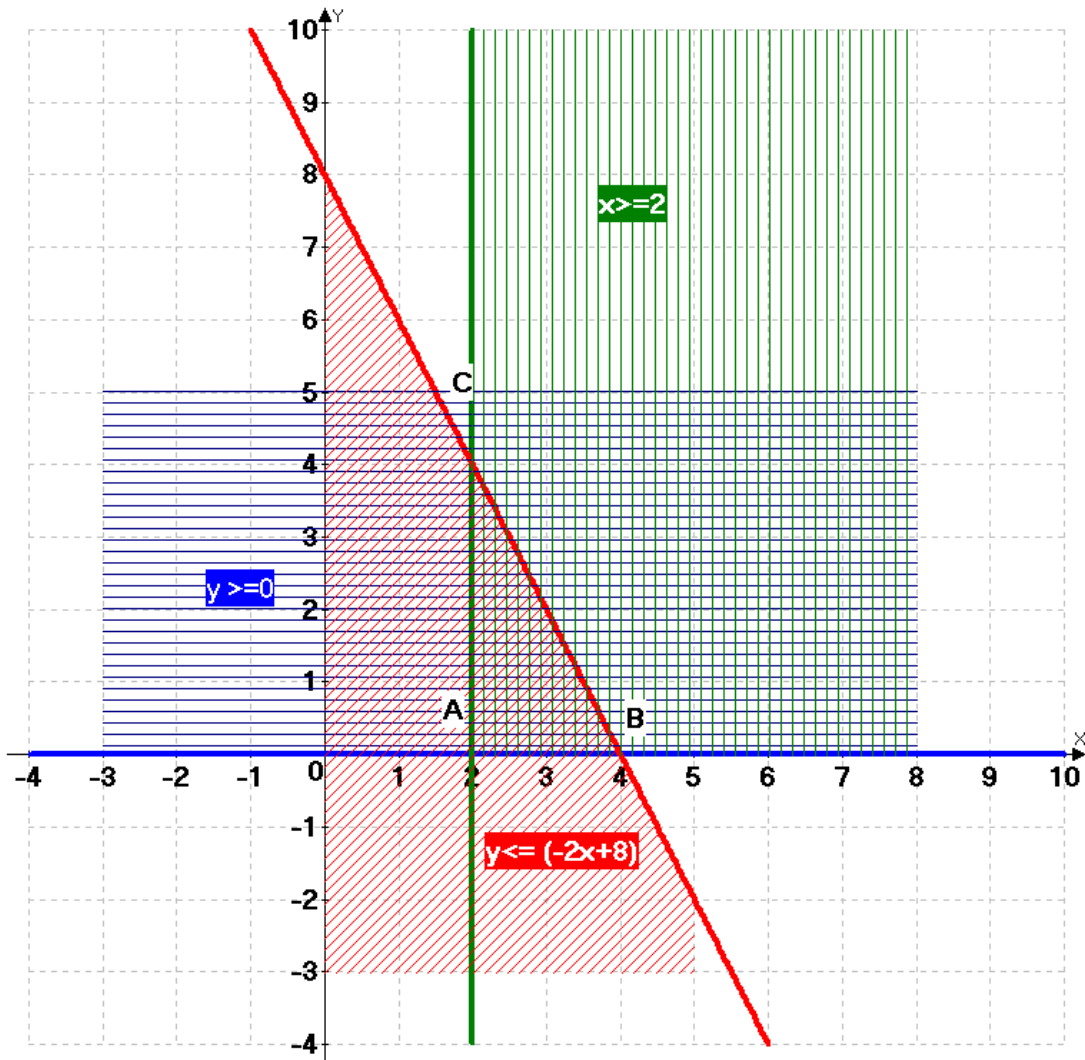
$$\text{Els punts que ens dona el dibuix són: } \begin{cases} A(2,0) \\ B(4,0) \\ C(2,4) \end{cases}$$

$$r_{AB} : \text{recta horitzontal, eix } OX \rightarrow y = 0 \bullet$$

$$r_{AC} : \text{recta vertical, paral·lela a l'eix } OY : x = 2 \bullet$$

$$r_{BC} : \text{recta de pendent } \frac{4-0}{2-4} = -2 \rightarrow y = -2m + n \text{ i passa pel punt } (4,0) \rightarrow$$

$$0 = -2 \cdot 4 + n \Rightarrow n = 8 \rightarrow y = -2x + 8 \bullet$$



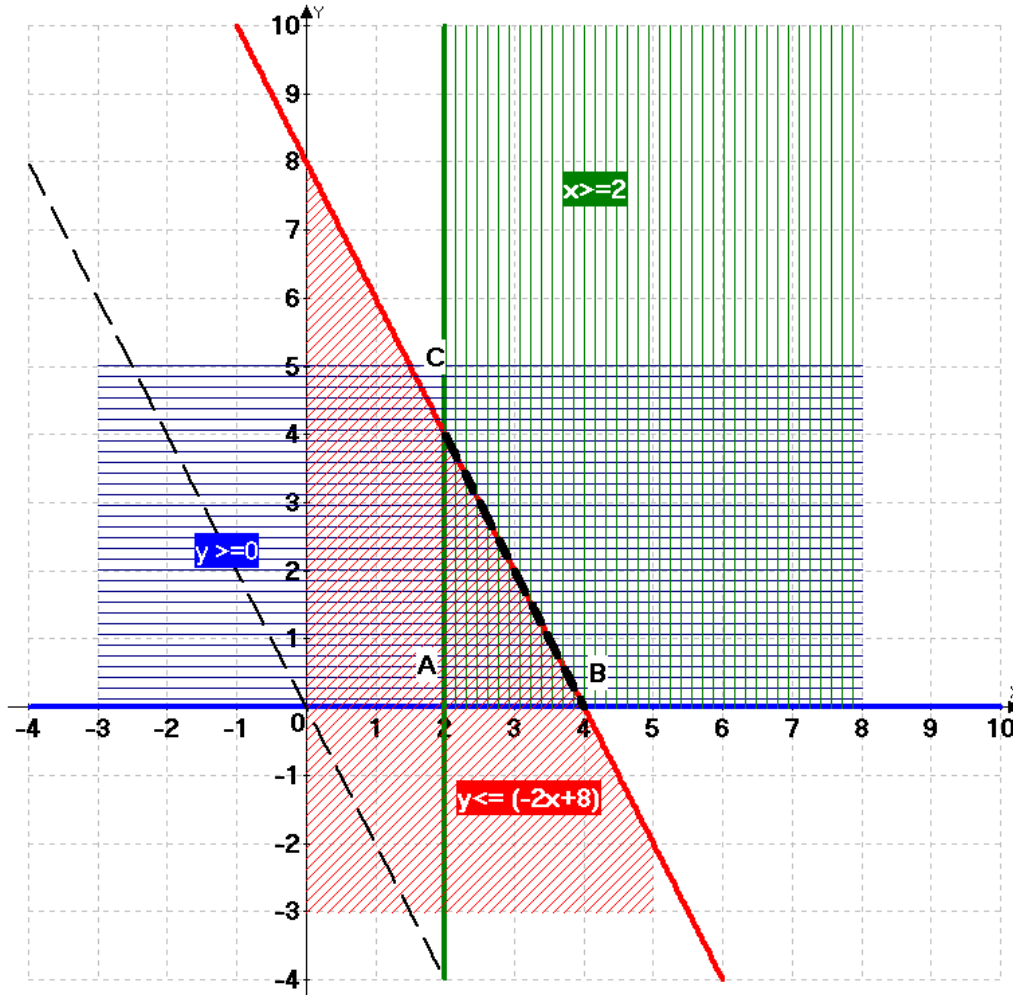
Created with an unregistered version of Advanced Grapher - <http://www.serpik.com/agrapher/>

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ y \geq 0 \\ y \leq -2x + 8 \end{cases} \bullet$$

b)

$$z = 2x + y \rightarrow \begin{cases} A(2,0) \rightarrow z = 2 \cdot 2 + 0 = 4 \\ B(4,0) \rightarrow z = 2 \cdot 4 + 0 = 8 \\ C(2,4) \rightarrow z = 2 \cdot 2 + 4 = 8 \end{cases} \Rightarrow s'assoleix \text{ en tots els punts del segment } BC.$$

Si volem podem fer la comprovació gràfica: $0 = 2x + y \rightarrow y = -2x$



Created with an unregistered version of Advanced Grapher - <http://www.serpik.com/agrapher/>

6.-

$$r : x + 2y = 4$$

a) Com tenim dos incògnites, incompatible $\rightarrow \text{rang } A = 1 \text{ i } \text{rang } \bar{A} = 2$

Si passa per l'origen l'he d'igualar a zero $\rightarrow x + 2y = 0$

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = 4 \\ x + y = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \text{dues rectes paral·leles no coincidents.}$$

b) Com tenim dos incògnites, comp. indet. $\rightarrow \text{rang } A = 1 = \text{rang } \bar{A}$

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = 4 \\ 2x + 4y = 8 \end{array} \right\} \rightarrow \text{dues rectes paral·les coincidents.}$$