

Temari:Global

1.-

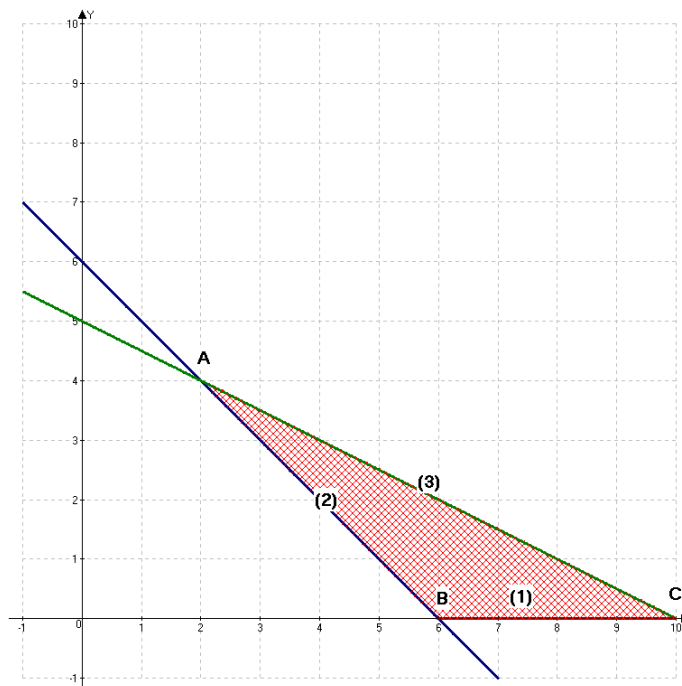
x : preu del primer immoble
 y : preu del segon immoble
 z : preu del tercer immoble

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ 0'20x + 0'50y + 0'25z = 0'6 \\ 0'80x + 0'90y + 0'85z = 1'7 \end{array} \right\} \rightarrow \underline{x = 2 - y - z} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 0'2 \cdot (2 - y - z) + 0'5y + 0'25z = 0'6 \\ 0'8 \cdot (2 - y - z) + 0'9y + 0'85z = 1'7 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} 0'3y + 0'05z = 0'2 \\ 0'1y + 0'05z = 0'1 \end{array} \right\} \rightarrow \text{restant: } 0'2y = 0'1 \Rightarrow \underline{\underline{y = 0'5 \text{ milions}}}, \rightarrow \underline{\underline{z = 1 \text{ , milió}}}$$

$$\rightarrow \underline{\underline{x = 0'5 \text{ milions}}}$$

2.-a)



Equació explícita de la recta $\rightarrow y = mx + n$

(1) Eix OX $\rightarrow y = 0$ •

(2) $\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (6,0) \\ (2,4) \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 = 6m + n \\ 4 = 2m + n \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m = -1 \\ n = 6 \end{array} \right\} \rightarrow y = -x + 6$ •

(3) $\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (10,0) \\ (0,5) \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 = 10m + n \\ 5 = 0m + n \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m = -1/2 \\ n = 5 \end{array} \right\} \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 5$ •

$$\left. \begin{array}{l} \text{Per sobre de (1)} \\ \text{Per sobre de (2)} \\ \text{Per sota de (3)} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y \geq 0 \\ y \geq -x + 6 \\ y \leq -\frac{1}{2}x + 5 \end{array} \right. \bullet$$

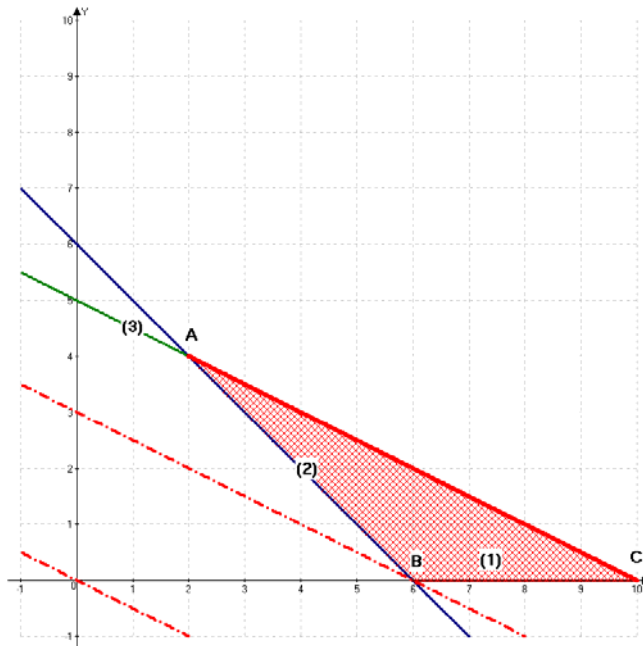
b)

Vèrtexs de la regió	A(2,4)	B(6,0)	C(10,0)
$z = x + 2y$	$z = 2 + 2 \cdot 4$	$z = 6 + 2 \cdot 0$	$z = 10 + 2 \cdot 0$
Total	10	6	10

Per tant aquest valor màxim s'assoleix en tots els punts compresos entre el vèrtex A i el C. •

Si volguéssim fer la resolució gràfica (no la demanen):

$$z = x + 2y \rightarrow 0 = x + 2y \rightarrow y = -\frac{1}{2}x, \text{ la representem i fem paral·leles pels vèrtexs}$$



3.-a)

$$f(x) = \frac{2x^2}{ax+1}$$

$$f'(x) = \frac{4x \cdot (ax+1) - 2x^2 \cdot a}{(ax+1)^2} = \frac{2ax^2 + 4x}{(ax+1)^2} \rightarrow f'(1) = \frac{2a \cdot 1^2 + 4 \cdot 1}{(a \cdot 1 + 1)^2} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2a + 4 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{a = -2}} \bullet$$

$$f'(x) = \frac{2 \cdot (-2)x^2 + 4x}{(-2x+1)^2} = \frac{-4x^2 + 4x}{(-2x+1)^2}$$

$$f''(x) = \frac{(-8x+4) \cdot (-2x+1)^2 - (-4x^2+4x) \cdot 2 \cdot (-2x+1) \cdot (-2)}{(-2x+1)^4} \rightarrow f''(1) = \frac{(-) \cdot (+) - 0}{(+)} < 0$$

Es tracta d'un màxim •

b)

$$f(x) = \frac{2x^2}{ax+1} \rightarrow f(x) = \frac{2x^2}{3x+1} \rightarrow 3x+1=0 \rightarrow x = -\frac{1}{3} \text{ discontinua.}$$

Asíptota vertical :

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} f(x) : \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}^-} f(x) = \frac{2/9}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}^+} f(x) = \frac{2/9}{0^+} = +\infty \end{array} \right\} \text{tenim asíptota vertical en } x = -\frac{1}{3} \bullet$$

Asíptota horitzontal :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{+\infty}{\pm\infty} = \text{Indeterminat, com } grN > grD \rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty \rightarrow$$

No tenim asíptotes horitzontals.

4.-

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

a)

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -1+2x+2z=5 \\ 2+x-z=3 \\ 2y+2t=-2 \\ y-t=-5 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -1+2x+2z=5 \\ 2+x-z=3 \\ 2y+2t=-2 \\ y-t=-5 \end{array} \right. \rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x+2z=6 \\ x-z=1 \\ 2y+2t=-2 \\ y-t=-5 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{reducció}} \left\{ \begin{array}{l} 4x=8 \rightarrow x=2 \rightarrow z=1 \\ 4y=-12 \rightarrow y=-3 \rightarrow t=2 \end{array} \right. \Rightarrow \underline{\underline{B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \bullet}}$$

b)

$$(A \cdot B)^t = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$$

$$A^t = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B^t \cdot A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+4+2 & 2+2-1 \\ 0-6+4 & 0-3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$$

5.-

$$\left. \begin{array}{l} \text{Costos} \quad C(x) = 180x + 12000 \\ \text{Ingressos} \quad I(x) = 500x - \frac{1}{2}x^2 \end{array} \right\} \rightarrow B(x) = I(x) - C(x) = 500x - \frac{1}{2}x^2 - (180x + 12000)$$

$$\rightarrow B(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 320x - 12000$$

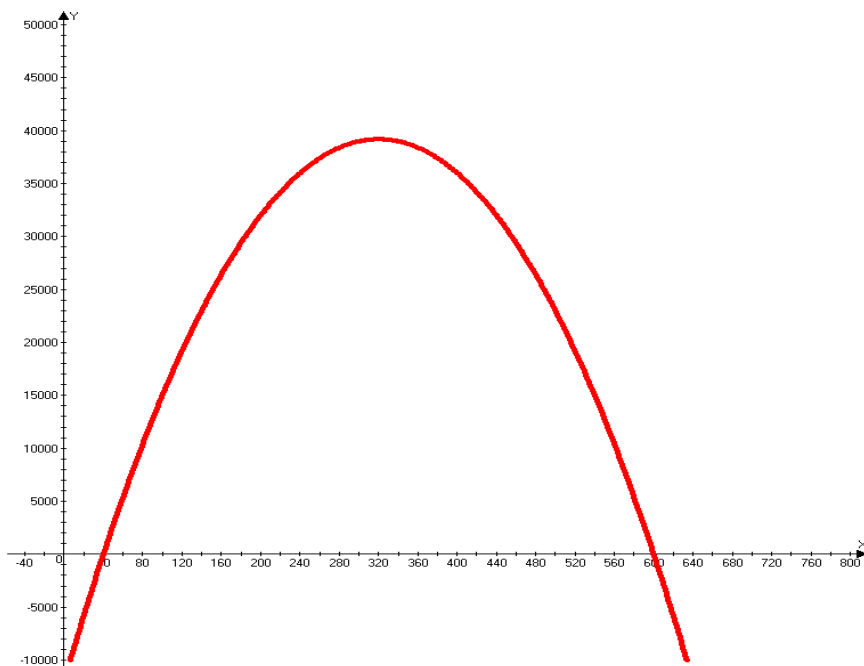
a)

No perdre diners vol dir que els beneficis no poden ser negatius, estudiem el signe de la paràbola:

$$-\frac{1}{2}x^2 + 320x - 12000 = 0 \rightarrow x = \frac{-320 \pm \sqrt{320^2 - 24000}}{-1} = \frac{-320 \pm 280}{-1} = \begin{cases} 40 \\ 600 \end{cases}$$

Al ser la funció una paràbola còncaua, és positiva entre 40 i 600 \Rightarrow

$$\Rightarrow B(x) \geq 0 \Rightarrow \underline{\underline{\forall x \in [40, 600] \bullet}}$$



b)

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 320x - 12000 \rightarrow y' = -x + 320$$

$$\rightarrow y' = 0 \Rightarrow -x + 320 = 0 \rightarrow x = 320 \bullet$$

Benefici per cada bicicleta: $\frac{B(x)}{x}$

$$\frac{B(x)}{x} = \frac{-\frac{1}{2}(320)^2 + 320 \cdot (320) - 12000}{320} = \frac{39200}{320} = \underline{\underline{122'5 \bullet}}$$

6.-

$$f(x) = x - e^{-3x}$$

a)

$$f(x) = x - e^{-3x} = x - \frac{1}{e^{3x}}$$

$$D(f) = \mathbb{R} \text{ ja que } e^{3x} \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$f'(x) = 1 - e^{-3x} \cdot (-3) = 1 + 3 \cdot e^{-3x} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \rightarrow \text{Estrictament creixent.}$$

b)

$$f(x) = x - e^{-3x} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f(0) = 0 - e^{-3 \cdot 0} = -1 \rightarrow \text{punt de tangència } (0, -1) \\ f'(x) = 1 + 3 \cdot e^{-3x} \rightarrow f'(0) = 1 + 3 \cdot e^{-3 \cdot 0} = 4 \text{ pendent} \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow y - (-1) = 4 \cdot (x - 0) \rightarrow \underline{\underline{y = 4x - 1 \bullet}}$$

La representació del problema (no la demanen):

